

論文

降水の時間集中度に基づく結合確率分布モデルの実用性について

松田 誠祐*・足立 真吾**

Practicability of a joint probability distribution model based on the temporal concentration degree of precipitation

Seisuke MATSUDA* and Shingo ADACHI**

Abstract

In this paper, the authors propose an empirical formula to estimate *the joint non-dimensional return period* of 24-hour and 1-hour precipitation based on the results of numerical experiments conducted for the joint probability distribution model proposed in the previous paper and also define an index to represent the joint scale of a heavy rainfall. Given a fixed design 1-hour rainfall R_{1h} , it is possible to estimate a duration to be used in composing the index equivalent to the joint scale index. Relations between the scale index and the duration are given by a single-valued function for a fixed design R_{1h} . The duration should be equivalent to the drainage pump operation time. It was verified that the duration was almost equivalent to the real pump operation time for the drainage systems in Kochi city. An increasing long-term trend of the joint scale of heavy rainfalls in Japan was verified using the averaged value of the top ten of the joint scale index estimated by AMeDAS hourly rainfall data for each year from 1976 to 2003.

キーワード：豪雨，ID解析，数値実験，結合再現期間，アメダス時間降水量

Key Words: Heavy rainfall, Intensity-Duration analysis, numerical experiment, joint return period, AMeDAS hourly precipitation

* 高知大学農学部
Faculty of Agriculture, Kochi University

** 愛媛大学大学院連合農学研究科
The United Graduate School of Agriculture Science for the
Doctoral Course, Ehime University

本論文に対する討論は平成18年5月末日まで受け付ける。

1. はじめに

最近、世界的に異常な集中豪雨が頻発している。日本では、1998年の高知豪雨、2000年の東海豪雨が大規模な集中豪雨として特筆される。これらの集中豪雨では総雨量が1000 mm以上、時間雨量が100 mm以上の観測点があった。2004年の台風10号、15号などにおいても、総雨量1000 mm以上、時間雨量100 mm以上の観測点（例えば、那賀川水系海川、四国電力；吉野川水系石ガ谷、国土交通省四国山地砂防事務所）が報告されている。気候変動の原因を地球温暖化に求める主張もあるが（例えば、磯村，2003），それはさておき、この総雨量と時間雨量の両方を同時に定量的に表す適当な指標、いわば結合規模の指標が見つからない。

ここでは、著者ら（松田ら，2004）が提案している降水の時間集中度に基づく結合確率分布モデルの数値実験によって、24時間降水量と1時間降水量の結合無次元再現期間の実用推定式を示すとともに、24時間降水量と1時間降水量の結合無次元再現期間に対応する正規値（正規変換変量をこのように略称する）と10日降水量の積を豪雨の結合規模の指標として、最近の日本における豪雨の傾向を考察する。

2. 降水の時間集中度に基づく結合確率分布モデル

著者らは、降水量の超過確率を推定するために、降水の時間集中度に基づく結合確率分布モデルを用いるので、前報（松田ら，2004）と重複するが、初めにその方法を概説する。

2.1 降水の時間集中度

降水の時間集中度の定義を簡単に述べる。単位時間（ Δt ）およびある長さの時間（=代表時間 T ）を考える。次に、 $j = t/\Delta t$ のように無次元化時間数で考える。以下では単に単位時間（=1）、代表時間 T （または T ）と表現する。さて、著者らの降水の時間集中度はID解析（またはDD解析）の結果から導かれたものであり、ID式としてよく知られている以下に示す Sherman 式（例

えば、角屋，1964）の定数によって与えられる。

$$r_t = \frac{a}{t^c} \quad (1)$$

ここに、 r_t は最大の t 時間平均降水強度、 a と c は定数。

この a と c は、通常、任意の時間 t と最大の t 時間平均降水強度 r_t の関係を両対数グラフにプロットして最小自乗法で求められる。しかし、式（1）において、 $a = r_1$ であることは自明であること、 a と c の関係が前者を対数軸にとる片対数紙上で直線的に分布する（松田・角屋，1983）ことから、著者らは、最小自乗法ではなく、下限および上限時間（ID解析における下限時間 = 1、上限時間 = T ）の2点から c を求めることとし、 c を C で置換え、降水の時間集中度と呼ぶことにした。したがって C は、両対数紙上で単位時間1の降水強度 r_1 と代表時間 T の平均降水強度 r_T を結ぶ直線のこう配で表される。

$$C = \frac{\log(r_1/r_T)}{\log(T)} = 1 - \frac{\log(R_T/R_1)}{\log(T)} \quad (R_T/T \leq R_1 \leq R_T) \quad (2)$$

ここに、 $r_1 = R_1/1$ 、 $r_T = R_T/T$ 。 R_1 は単位時間降水量、 R_T は代表時間降水量。

C は $[0, 1]$ の範囲に分布する。 $C=0$ のとき $r_1 = R_T/T$ (T 内一様分布)、 $C=1$ のとき $r_1 = R_T/1$ (単位時間内に集中) になる。実際の降水現象において一連の降水継続時間は一定ではない。しかし、これを一定の時間長さ T の中で起こる現象であるとして解析する。

2.2 確率単位時間降水量の推定式

式（2）で表される C を、Slade III型正規変換式を用いて、式（3）のように正規変換化する（例えば、岩井・石黒，1970）。

$$\xi = \alpha \log \left\{ \frac{C(g-C_0)}{C_0(g-C)} \right\} \quad (3)$$

$$F(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi \quad (4)$$

ここに、 ξ は $N(0, 1/2)$ に従う正規値、 α, g, C_0 は C を正規変量化するための定数。正規性の検証と定数の具体的値については文献 (松田ら, 1996, 2000, 2001) を参照されたい。

また、式 (2)、式 (3) および $r_1 = R_1/1, r_T = R_T/T$ の関係を用いて変形すると式(5)が得られる。

$$\log(R_1) = \left(\frac{Bg}{B+1} - 1 \right) \log(T) + \log(R_T) \quad (5)$$

$$B = 10^{(\xi/\alpha)} \frac{C_0}{g-C_0} \quad (6)$$

式 (5) の右辺第 1 項が ξ をパラメータとして $\log(R_T)$ の 1 次式で表されることから、確率単位時間降水量 ξR_1 を推定する式 (7) が得られている (松田ら, 2004)。

$$\log(\xi R_1) = (m+1)\log(R_T) + n \quad (7)$$

表 1 は一連の確率単位時間降水量推定式の係数 $(m+1)$ および n を ξ の関数で与えている。 ξ の適用範囲を分ける必要があること、2 次式となっていることなど、今後より詳細な解析が必要であるかもしれない。例えば、10 日降水量を一定として同様の解析を行い、式 (7) のような推定式を作成することができれば、正規性、結合超過確率などを、実測データによって検証することが可能となる。しかし現在のデータ数はそれほど多くない。

さて、 ξ は超過確率と対応している。したがって、 R_1 と R_T が与えられると、 $(m+1)$ および n は ξ の関数で与えられているので、式 (7) を逆算して ξ を求めることができる。すなわち、与えられた R_T のもとで、任意の R_1 に対応する超過確率を算定できることになる。

3. 24 時間降水量と 1 時間降水量の結合無次元再現期間の実用推定式

式 (7) の右辺は正規値 ξ と R_T の関数となっているので、 R_T を所与として ξ をランダムに与えることによって任意の単位時間降水量 R_1 を模擬発生させることが可能である。著者らは、一定の 10 日降水量 R_{10d} に基づき、 $(0 \sim 1)$ 一様乱数を用いて 24 時間降水量 R_{24h} と 1 時間降水量 R_{1h} を模擬発生させる数値実験を行い、 R_{24h} と R_{1h} の結合超過確率の特性を調べ、両者の結合無次元再現期間が式 (8) で与えられることを示した (松田ら, 2004)。

$$T(R_{24h} \cap R_{1h}) = T(R_{24h}) \times T(R_{1h})^\beta \quad (8)$$

ここに、 $T(R_{1h}), T(R_{24h}), T(R_{24h} \cap R_{1h})$ は、 $T(R_{1h}) = 1/W(R_{1h}), T(R_{24h}) = 1/W(R_{24h}), T(R_{24h} \cap R_{1h}) = 1/W(R_{24h} \cap R_{1h})$ で与えられ、それぞれ $R_{1h}, R_{24h}, R_{24h} \cap R_{1h}$ の無次元再現期間、 $T(R_{1h}), W(R_{24h}), W(R_{24h} \cap R_{24h})$ は、それぞれ $R_{1h}, R_{24h}, R_{24h} \cap R_{1h}$ の超過確率である。ただし、厳密に

表 1 確率単位時間降水量推定式 (7) の係数

単位時間	代表時間	適用範囲	係数 $(m+1)$	係数 n
$\Delta t = 1h$	$T = 24$	$-2.185 \leq \xi \leq 0$	$-0.0197\xi^2 - 0.1348\xi + 0.7543$	$0.0794\xi^2 + 0.5586\xi - 0.2595$
		$0 \leq \xi \leq 2.185$	$0.0218\xi^2 - 0.144\xi + 0.7543$	$-0.0474\xi^2 + 0.594\xi - 0.2595$
$\Delta t = 24h$	$T = 10$	$-2.185 \leq \xi \leq 2.185$	$0.0013\xi^2 - 0.0518\xi + 0.8729$	$0.0108\xi^2 + 0.3356\xi - 0.0304$

は、 $T(R_{1h})$ は $T(R_{1h} | R_{24h})$, $T(R_{24h})$ は $T(R_{24h} | R_{10h})$, $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ は $T(R_{24h} \cap R_{1h} | R_{10h})$ のように記すべきであるが、いずれも条件付の部分を省略して記している。

これまでの研究において β ($= 0.3 \sim 0.9$) は数値実験によって定められたが、今回、 $R_{10h} = 200, 400, 800, 1600 \text{ mm}$ に対する平均的な β_m の推定式を作成した後、 R_{10h} の違いなどによる修正を加える以下のような実用推定式を作成した。

$$\beta = \beta_m(1 + \Delta\beta) \tag{9}$$

$$\beta_m = a_1\xi_{1h}^2 + a_2\xi_{1h} + a_3 \tag{10}$$

$$a_1 = 0.0075\xi_{24h}^2 - 0.0104\xi_{24h} - 0.0354 \tag{10.1}$$

$$a_2 = 0.2007 \tag{10.2}$$

$$a_3 = -0.0171\xi_{24h}^2 + 0.1678\xi_{24h} + 0.5015 \tag{10.3}$$

$$\begin{aligned} \Delta\beta = & \{-0.0123\xi_{24h} - 0.0823\} \\ & \times \{\log(R_{10d}) - 2.7526\} \\ & \times \exp\{- (\xi_{1h} - 0.34)^2\} \\ & \xi_{24h} < 0 \end{aligned} \tag{11.1}$$

$$\begin{aligned} \Delta\beta = & \{-0.1309\xi_{24h}^2 + 0.0379\xi_{24h} - 0.0823\} \\ & \times \{\log(R_{10d}) - 2.7526\} \\ & \times \exp\{- (\xi_{1h} - 0.34)^2\} \\ & \xi_{24h} \geq 0 \end{aligned} \tag{11.2}$$

ここに、 ξ_{1h} と ξ_{24h} は、それぞれ $\Delta t = 1h$, $T = 24$, および $\Delta t = 24h$, $T = 10$ とした場合の、式 (3) で与えられる ξ の値である。

図 1 は、数値実験による β と式 (9) から求め

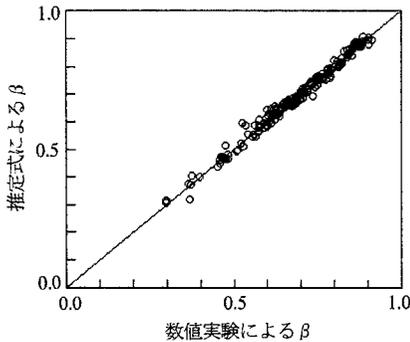


図 1 結合無次元再現期間の推定式の係数 β に対する数値実験結果と実用推定式から求めた値の比較

た β の関係を表している。数値実験は擬似一様乱数であること、式 (7) の確率単位時間降水量推定式も近似式であることから、多少のばらつきはあるが、数値実験から得られた β は式 (9) によってほぼ近似されていると言える。すなわち、式 (8) および式 (9) を用いて結合無次元再現期間 $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ を推定できる。

4. 結合確率分布モデルの妥当性と実用性の検討

著者らは、(0 ~ 1) 一様乱数を用いて結合確率分布モデルの数値実験を行い、数値実験が正しく行われていることを確かめ、1998 年高知豪雨、2000 年東海豪雨における $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ を推定した(松田ら, 2004)。しかし、これらの $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ の推定値の妥当性について検証する方法を提示し得ていなかった。 $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ の推定値を直接的に検証することはデータ数が少ないのでできない。そこでここでは、任意の R_{24h} および R_{1h} に対する $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ を推定できることを利用して検証する方法を提案するとともに、その方法が $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ の実用的な利用法と結びつくことを示す。

4.1 豪雨の結合規模を表す指標の導入

結合確率分布モデルによって推定される結合超過確率は、代表時間雨量 R_T の値の大きさによって異なる。表 2 は、著者らが推定した 1998 年高知豪雨・2000 年東海豪雨において、それぞれ代表的な R_{1h} , R_{24h} , R_{10d} , および $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ を示した観測点の値である(松田ら, 2004)。

表 2 1998 年高知豪雨・2000 年東海豪雨における代表的な観測点の雨量と結合無次元再現期間の例

豪雨名	観測点名	R_{1h}	R_{24h}	R_{10d}	$T(R_{24h} \cap R_{1h})$
		mm	mm	mm	
高知豪雨	磐藤	109	979	1257	161
	後免	119	862	1112	248
	須崎	126	433	823	186
東海豪雨	宮川	69	522	1095	7
	東海	114	557	638	967

表 2 において、東海豪雨における宮川の 10 日雨量が 1095 mm であるにもかかわらず、 $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ の値がかなり小さく計算されている。 $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ は、前述の定義式のただし書きで述べたように、 R_{10d} の条件付結合無次元再現期間であることから、 R_{10d} の値に強く影響され、 $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ の値のみでは豪雨の結合規模を表せないことを示唆していると思われる。そこで、豪雨の結合規模を表す指標として、 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ を考えた。ここに、 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h})$ は $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ に対応する正規値である。

4.2 一定の 1 時間降水量が t 時間継続した場合に相当する豪雨の結合規模

さて、一定の 1 時間降水量 (以下、基準 R_{1h}) が t 時間継続した場合に相当する雨量 ($t \times$ 基準

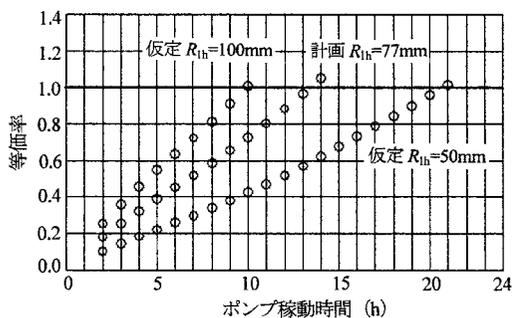


図 2 1998 年高知豪雨に対して、高知市の雨水排除ポンプの計画 R_{1h} に対する等価指標からポンプ稼動時間を推定する計算例

R_{1h}) と基準 R_{1h} に対する結合無次元再現期間を求め、それに対応する正規値 $\xi(t \times \text{基準 } R_{1h} \cap \text{基準 } R_{1h})$ を考える。すなわち、基準 R_{1h} を固定し、代表時間降水量 R_T は、基準 R_{1h} が t 時間継続した (t 時間平均強度が R_{1h} となる) と考えて $R_T = (t \times \text{基準 } R_{1h})$ のようにおく (ただし、 $t < T$)。この t は雨水排除計画におけるポンプの稼動時間のイメージである。基準 R_{1h} (計画 R_{1h} に相当) を t (稼動時間に相当) 倍するのは、ポンプが実際に稼動した場合にのみ排水が行われるので、ポンプが稼動しなければその時点で排水は止まってしまう。ポンプ停止後の排水量は考えないことに対応する。

次に、それぞれの豪雨において観測された $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ と $\xi(t \times \text{基準 } R_{1h} \cap \text{基準 } R_{1h}) \times (t \times \text{基準 } R_{1h})$ を用いて、結合規模の指標に関する等価率を表す式 (12) を定義する。式 (12) が 1 となるときの分子を、結合規模の等価指標 (又は単に等価指標) と呼ぶ。

$$\text{等価率} = \frac{\xi\{(t \times \text{基準 } R_{1h}) \cap \text{基準 } R_{1h}\} \times (t \times \text{基準 } R_{1h})}{\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}} \quad (12)$$

図 2 は、高知豪雨時の高知市降水量 ($R_{10d} = 1231 \text{ mm}$, $R_{24h} = 861 \text{ mm}$, $R_{1h} = 112 \text{ mm}$, $T(R_{24h} \cap R_{1h}) = 118$) に対して式 (12) が等価になるためのポンプの稼動時間が約 14 時間であることを

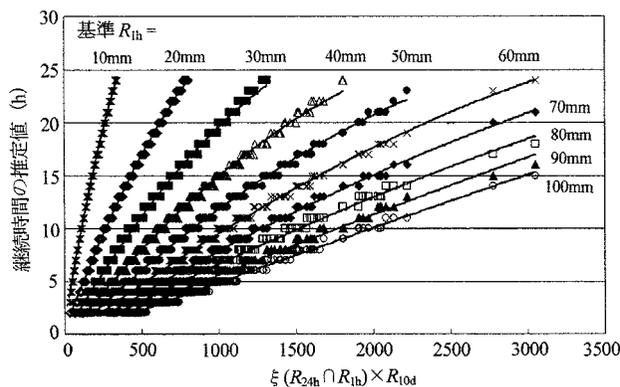


図 3 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ と一定の基準 R_{1h} に対する等価指標を構成する継続時間の関係

示している。高知市の雨水排除ポンプに対する現行の計画 R_{1h} は 77 mm であるが、計画 $R_{1h} = 100$ mm (仮定) にすると、式 (12) が等価になるためのポンプ稼働時間は 10 時間となり、約 4 時間短くなることがわかる。しかし、計画 $R_{1h} = 100$ mm (仮定) にしても、10 時間のポンプ稼働が必要であり、降水量のピーク時には $R_{1h} = 112$ mm が観測されているのであるから氾濫が起こる。高知豪雨では、中心市街地が 9 月 24 日 21 時頃から 25 日 6 時頃までの 9 時間冠水した。

図 3 は、高知豪雨・東海豪雨・2004 年の台風などで観測された降水量を用いて、基準 $R_{1h} = 10 \sim 100$ mm に対して、 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ の値に対応する等価指標を構成する継続時間 t の推定値を示している。継続時間を 1 時間単位で推定したので階段状になっているが、ほぼ一価関数的に分布しており、 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ は一定の R_{1h} に対して t が大きいほど大きいと言える。 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ は、 R_{1h} 、 R_{24h} および R_{10d} を同時に考慮していること、一定の基準 R_{1h}

に対する等価指標を構成する継続時間 t の単調増加関数となっていることから、豪雨の結合規模を表す指標として適していると考えられる。

4.3 雨水排除ポンプの稼働時間による結合確率分布モデルの実用性の検証

図 4 は、1998 年高知豪雨における雨水排除ポンプの稼働状況を示している。高知市全体のポンプ場の平均的な稼働状況 (計画 $R_{1h} = 77$ mm) および中心市街地ポンプ場の稼働状況 (計画 $R_{1h} = 66 \sim 70$ mm) である。ちなみに、中心市街地 (3 機場) のポンプ能力は $12.78 \text{ m}^3/\text{s}$ (合計 6 台, 排水面積 1.42 km^2), $54.45 \text{ m}^3/\text{s}$ (8 台, 5.9 km^2), $7.08 \text{ m}^3/\text{s}$ (3 台, 1.0 km^2) であった。流出率は新旧のポンプで幅 (0.4 ~ 0.6) があるが、最近のポンプでは 0.55 程度が多い。ピーク流量の計算には実験式や合理式が用いられている (聞き取りによる)。

豪雨初期および終了時には、ポンプはフル稼働していない。そこでポンプの稼働率を、ポン

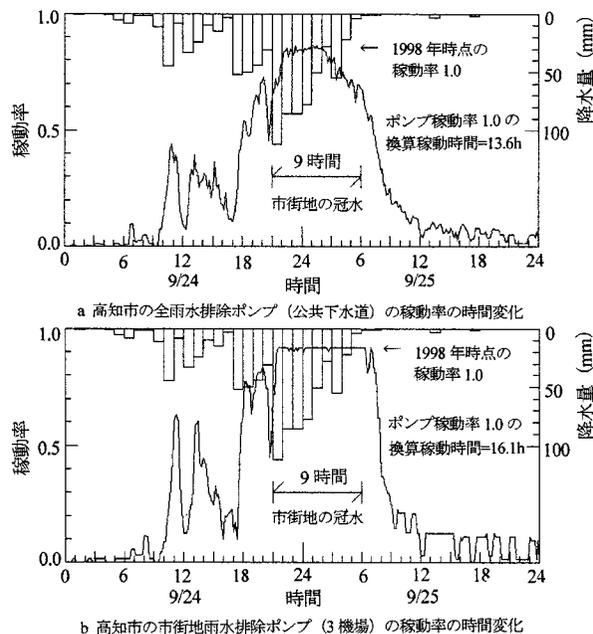


図 4 1998 年高知豪雨における高知市の雨水排除ポンプの稼働状況

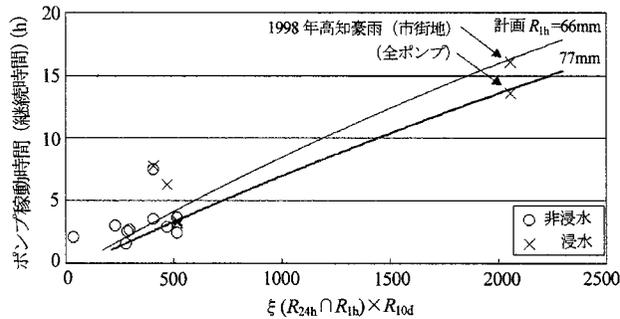


図5 高知市の雨水排除ポンプの稼動時間と豪雨の等価指標を構成する継続時間の比較による結合確率モデルの妥当性の検証

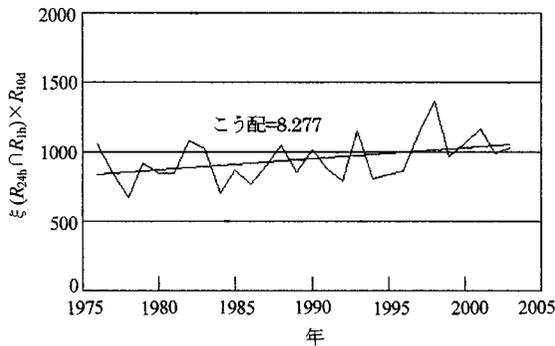


図6 最近の日本の豪雨に対する結合規模の指標の経年傾向（アメダス降水量から計算した指標の各年上位10位の平均値）

プの計画総吐水量に対する実際の吐水量の比で表し、全排水量が等しくなるようにポンプのフル稼動時間を計算した。前者の稼動時間は13.6時間、後者のそれは16.1時間であり、推定継続時間 t とほぼ一致している。

図5は、高知市の最近における豪雨時の雨水排除ポンプの稼動時間を示している。 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ が小さいとき、ポンプの稼動時間がやや長くなっている場合があるが、ほぼ継続時間推定曲線の近傍に分布しており、推定が妥当であると言える。

$\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ が小さいとき、ポンプの稼動時間が推定継続時間よりやや長くなる原因はいくつか考えられる。例えば、 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ が小さいときには流出量が排水機場に集まってくるまでに時間がかかることが考えられ、ポ

ンプがフル稼動できないか、あるいはフル稼動の必要がなく、ポンプの稼動時間が長くなるであろう。また、降雨の地域性に起因して、流出量が多かったり少なかったりすることも考えられる。

この方法は $\xi(R_{24h} \cap R_{1h})$ の推定値の妥当性を直接検証するものではないが、実際に稼動したポンプの稼動時間を、結合確率分布モデルの実用推定式から計算した一定の基準 R_{1h} に対する等価指標を構成する継続時間と比較している点で、有力なモデル検証法であるとする。今後、各地の雨水排水機場における豪雨時のポンプ稼動時間が得られれば、さらに検証が進むと期待している。

5. 豪雨の結合規模を表す指標の経年変化

$\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ が豪雨の結合規模の指標



図7 最近の豪雨に対する結合規模の指標の各年上位10位に1回以上入ったアメダス観測点の分布

として適していることが期待されるので、最近のアメダス降水量から見た日本の豪雨規模の経年変化を調べる。

図6は、アメダス観測点(欠測が少ない923地点)の $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ を計算し、各年上位10位の地点の値を選んで平均し、その経年傾向を示している。経年傾向に近似直線を当てはめた結果によると、5%有意水準の t 検定で有意と判定され、増加傾向であると見ることができる。最近の日本の豪雨に対する結合規模は強まる傾向にあると言える。

図7は、豪雨の結合規模の各年上位10位に1回以上入った地点の分布であり、沖縄地方、九州、四国、関東地方の太平洋に面した地域に多く見られ、北海道を含む広い範囲に分布している。豪雨の結合規模が増加する傾向にある原因について、海水の表面水温の上昇、海流の変化などが考えられるので、今後調べたい。

6. まとめ

結合確率分布モデルによる数値実験の結果を用いて、 $T(R_{24h} \cap R_{1h})$ の実用推定式を作成した。豪雨の結合規模の指標 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ を定義し、一定の基準 R_{1h} に対する等価指標から、それを構成する継続時間を求めると、 $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ が継続時間の単調増加関数で与えら

れることがわかった。高知市における雨水排除ポンプの稼働時間のデータを用いて、一定の基準 R_{1h} に対する等価指標から計算した継続時間が実際のポンプ稼働時間とほぼ一致していることを確かめた。また、日本のアメダス降水量の $\xi(R_{24h} \cap R_{1h}) \times R_{10d}$ の上位10位の平均値を用いて、最近の日本における豪雨の結合規模は増加傾向にあることが認められた。

謝辞

本研究で使用した降水量データは、主として気象庁アメダス時間降水量データである。また、国土交通省四国山地砂防事務所、高知市、四国電力から貴重なデータを頂いたことを付記し、深謝の意を表す。

参考文献

- 磯部英彦：気候変動による洪水と渇水への影響と対応—東アジアを中心として—、災害列島2002, 38 p., 2003.
- 岩井重久・石黒政義：応用水文統計学, pp.64-147, 1970.
- 角屋 睦：水文統計論, 土木学会水理委員会, pp.1-23, 1964.
- 松田誠祐・角屋 睦：長時間降雨強度曲線の一表現法, 農業土木学会論文集104号, pp.39-46, 1983.
- 松田誠祐・大年邦雄・George D. Uligan・篠 和夫：降雨の時間集中度を利用した年最大1時間雨量の推定法, 農業土木学会論文集191号, pp.59-65, 1996.
- 松田誠祐・祁 永強・大年邦雄・藤原 拓：水文頻度解析における水文量の見直しについて, 水工学論文集, 第44巻, pp.25-30, 2000.
- 松田誠祐・大年邦雄・藤原 拓・祁 永強：確率降水量の推定法, 水文・水資源学会誌, Vol.14, No.4, pp.307-316, 2001.
- 松田誠祐・Md. Abdur RAZZAK・足立真吾：降水の時間集中度の確率分布モデルとその1998年高知豪雨・2000年東海豪雨への適用, 自然災害科学, Vol.23, No.3, pp.405-414, 2004.

(投稿受理：平成17年3月28日
訂正稿受理：平成17年8月18日)